

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 28 » апреля 20 23 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** Дополнительные главы математического анализа  
(наименование)

**Форма обучения:** очная  
(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** магистратура  
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** 108 (3)  
(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления)

**Направленность:** Математическая кибернетика  
(наименование образовательной программы)

# 1. Общие положения

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

Задачи:

- изучение основ теории множеств и меры Лебега;
- выработка навыков нахождения или оценки меры Лебега линейных множеств;
- формирование навыков применения измеримых функций в теоретических исследованиях;
- ознакомление со свойствами измеримых и абсолютно непрерывных функций.

## 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- абстрактные множества и их классификация;
- счетные множества;
- операции над множествами;
- множества мощностей континуума;
- сравнение мощностей;
- структура открытых и замкнутых множества;
- схема определения меры Лебега на прямой;
- функции: измеримые по Лебегу, с ограниченной вариацией, абсолютно непрерывные

## 1.3. Входные требования

Основные понятия и утверждения разделов курса высшей математики для технических специальностей.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.4	ИД-1ПК-1.4	Знает основные понятия и положения элементов теории множеств для решения статистических задач	Знает методики осуществления статистических расчетов	Дифференцированный зачет
ПК-1.4	ИД-2ПК-1.4	Умеет решать типовые задачи, используя методы прикладной математики	Умеет производить статистические расчеты на основе соответствующих математических и технических средств	Индивидуальное задание
ПК-1.4	ИД-3ПК-1.4	Владеет способностью применять математические методы для обработки и интерпретации данных	Владеет навыками анализа данных на основе методов математической статистики	Дифференцированный зачет

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПКО-1	ИД-1ПКО-01	Знает общие требования к структуре и правилам оформления научных отчетов, правила оформления статей, докладов, рекомендуемые авторитетными источниками (Scopus, Web of science, РИНЦ) Знает методы и методологию проведения научной работы, формы представления результатов исследования.	Знает методы анализа научных данных; методы и средства планирования и организации исследований и разработок	Контрольная работа
ПКО-1	ИД-2ПКО-01	Умеет использовать ресурсы российских и мировых наукометрических баз данных для поиска публикаций по выбранной теме исследования. Умеет проводить критический конструктивный анализ результатов научных исследований. Умеет проводить самостоятельные научные исследования актуальных тем.	Умеет оформлять результаты научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ	Собеседование
ПКО-1	ИД-3ПКО-01	Владеет навыками разработки планов и методических программ проведения научных исследований. Владеет навыками теоретического обобщения научных данных в исследуемой предметной области. Владеет навыками подготовки отчетов, статей и докладов по результатам собственных научных исследований.	Владеет навыками осуществления разработки планов и методических программ проведения	Собеседование

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	36	36	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	16	16	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	18	18	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	72	72	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет	9	9	
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	108	108	

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
1-й семестр				
Элементы теории множеств	6	0	6	27
Тема 1. Конечные и бесконечные множества. Операции над множествами. Эквивалентность. Тема 2. Счетные множества. Тема 3. Множества мощности континуума. Сравнение мощностей.				
Мера Лебега на числовой прямой	10	0	12	45
Тема 4. Открытые и замкнутые множества на числовой прямой. Тема 5. Мера Лебега линейного множества. Свойства меры. Тема 6. Измеримые функции и их свойства. Тема 7. Интеграл Лебега. Тема 8. Функции с ограниченным изменением. Абсолютно непрерывные функции.				
ИТОГО по 1-му семестру	16	0	18	72
ИТОГО по дисциплине	16	0	18	72

## Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Основные способы задания множеств
2	Операции над множествами
3	Взаимно однозначные соответствия между множествами
4	Задачи на счетные множества
5	Примеры открытых и замкнутых множеств. Точки конденсации
6	Нижние и верхние меры ограниченных множеств
7	Теоремы об измеримых функциях
8	Абсолютно непрерывные функции

### 5. Организационно-педагогические условия

#### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

#### 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Вержбицкий В. М. Основы численных методов : учебник для вузов / В. М. Вержбицкий. - Москва: Высш. шк., 2009.	15
2	Волков Е. А. Численные методы : учебное пособие / Е. А. Волков. - Санкт-Петербург: Лань, 2008.	98
3	Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. - Москва: Физматлит, 2004.	6
4	Люстерник Л. А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - Санкт-Петербург: Лань, 2009.	27
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		
1	Белоцерковский О. М. Метод крупных частиц в газовой динамике : вычислительный эксперимент / О. М. Белоцерковский, Ю. М. Давыдов. - Москва: Наука, 1982.	9
2	Давыдов Ю.М. Численное моделирование нестационарных переходных процессов в активных и реактивных двигателях / Ю.М. Давыдов, М.Ю. Егоров. - М.: Нац. Акад. прикл. наук России, 1999.	22
3	Егоров М. Ю. Методы численного решения прикладных задач. Метод Давыдова (метод крупных частиц) : учебное пособие / М. Ю. Егоров. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2001.	23
4	Колмогоров А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - Москва: Физматлит, 2006.	57
<b>2.2. Периодические издания</b>		
	Не используется	
<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
	Не используется	
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
	Не используется	

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Е. А. Трофимова Математические методы анализа : Учебное пособие / Е. А. Трофимова, С. В. Плотников, Д. В. Гилёв. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2015.	<a href="http://www.iprbookshop.ru/66541.html">http://www.iprbookshop.ru/66541.html</a>	локальная сеть; свободный доступ

## 6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017

## 6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="http://lib.pstu.ru/">http://lib.pstu.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
Электронно-библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	<a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a>

## 7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Проектор, ноутбук	1
Практическое занятие	Проектор, ноутбук	1

## **8. Фонд оценочных средств дисциплины**

Описан в отдельном документе



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине  
«Дополнительные главы математического анализа»  
*Приложение к рабочей программе дисциплины*

Направление подготовки: 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность (профиль) образовательной программы: «Математическая кибернетика»

Квалификация выпускника: Магистр

Выпускающая кафедра: «Высшая математика»

Форма обучения: Очная

Курс: 1 Семестр: 1

Трудоёмкость:

Кредитов по рабочему учебному плану: 3 ЗЕ  
Часов по рабочему учебному плану: 108 ч.

Форма промежуточной аттестации:

Дифференцированный зачет: 1 семестр

Пермь, 2022

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

### **1. Объекты оценивания и виды контроля.**

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (2-го семестра учебного плана) и разбито на 2 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, и которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (таблица 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и итогового (промежуточной аттестации) контроля при выполнении практических и индивидуальных заданий, контрольных работ и дифференцированного зачета. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

**Таблица 1.1. - Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине**

Контролируемые результаты освоения дисциплины (ЗУВЫ)	Вид контроля			
	Текущий		Рубежный	Итоговый
	ТО	ИЗ	КР	Дифференцированный зачет
<b>Усвоенные знания</b>				
<b>З.1</b> основные понятия и положения элементов теории множеств для решения статистических задач	ТО			
<b>З.2</b> общие требования к структуре и правилам оформления научных отчетов, правила оформления статей, докладов, рекомендуемые авторитетными источниками (Scopus, Web of science, РИНЦ)	ТО			
<b>З.3</b> методы и методологию проведения научной работы, формы представления результатов исследования.	ТО			
<b>Освоенные умения</b>				
<b>У.1</b> решать типовые задачи, используя методы прикладной математики		<b>ИЗ1</b>	<b>КР1</b>	
<b>У.2</b> использовать ресурсы российских и мировых наукометрических баз данных для поиска публикаций по выбранной теме исследования.		<b>ИЗ1</b>	<b>КР1</b>	
<b>У.3</b> проводить критический конструктивный анализ результатов научных исследований; самостоятельные научные исследования актуальных тем.		<b>ИЗ1</b>	<b>КР1</b>	
<b>Приобретенные владения</b>				
<b>В.1</b> способность применять математические методы для обработки и интерпретации данных		<b>ИЗ1</b>		<b>ПЗ</b>
<b>В.2</b> разработка планов и методических программ проведения научных исследований.		<b>ИЗ1</b>		<b>ПЗ</b>
<b>В.3</b> теоретическое обобщение научных данных в исследуемой предметной области; навыки подготовки отчетов, статей и докладов по результатам собственных научных исследований.		<b>ИЗ1</b>		<b>ПЗ</b>

*ТО – теоретический опрос в форме собеседования (оценка знаний); ИЗ – индивидуальное задание (оценка умений и (или) владений); КР – рубежный контроль в форме контрольных работ по практическим занятиям (оценка умений и навыков); ПЗ – практическое задание (оценка умений и (или) владений).*

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде дифференцированного зачета, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

## **2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

### **2.1. Текущий контроль усвоения материала**

Текущий контроль усвоения материала проводится в форме опроса *по теории* по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

#### **2.1.1 Теоретический опрос**

**Типовые вопросы теоретического опроса:**

1. Множество. Отношения на множествах. Отношение эквивалентности.
2. Перестановки, размещения, сочетания.
3. Мера Лебега для произвольных множеств.
4. Функции с ограниченным изменением.

#### **2.1.2. Защита индивидуальных заданий**

Текущий контроль для комплексного оценивания освоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится согласно графика учебного процесса, приведенного в РПД, в форме защиты индивидуальных заданий. Защита индивидуальной работы проводится индивидуально каждым студентом

или группой студентов. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы

### **Типовые задания ИЗ1:**

1. Мера Лебега для произвольных множеств.
2. Пусть  $f : E \rightarrow R$  - измеримая функция. Доказать, что функция  $g(x) = f^2(x)$  измерима.

Типовые шкала и критерии оценки защиты индивидуальных заданий приведены в общей части ФОС образовательной программы.

Результаты защиты по 4-х балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

### **2.2. Рубежный контроль**

Рубежный контроль для комплексного оценивания приобретенных владений частей компетенций (табл. 1.1) проводится согласно графика учебного процесса, приведенного в РПД, в форме рубежной контрольной работы.

#### **2.2.1. Рубежная контрольная работа**

##### **Типовой вариант КР1:**

1. Интеграл Лебега для произвольной функции.
2. Доказать измеримость функции  $f : [-2,3] \rightarrow R$ ,  $f(x) = \begin{cases} 4, & x \in [-2,-1] \\ 4 - x^2, & x \in (-1,1] \\ -x, & x \in (1,3] \end{cases}$ .
3. Мера Лебега для произвольных множеств.
4. Пусть  $f : E \rightarrow R$  - измеримая функция. Доказать, что функция  $g(x) = f^2(x)$  измерима.

Результаты защиты рубежной контрольной работы по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

Типовые шкала и критерии оценки результатов рубежной контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)**

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска является положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине, согласно РПД, проводится в виде дифференцированного зачета.

Дифференцированный зачет по дисциплине проводится в следующей форме: студент должен выполнить одно практическое задание (ПЗ). При выставлении оценки учитываются итоги проведенного текущего и рубежного контроля, выполнение заданий всех практических и индивидуальных работ.

#### **2.3.1. Типовые вопросы и задания для зачета по дисциплине**

**Типовые вопросы и практические задания для контроля приобретенных владений:**

1. Докажите вложение множеств  $((A - C) \cup (B - A)) \subset (A \cup B)$ .
2. Доказать обратимость оператора  
 $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = x(t) + \int_0^t x(\tau) d\tau.$
3. Пусть  $A: X \rightarrow Y$  - линейный ограниченный оператор. Для функционала  $\|x\|_0 = \|x\|_X + \|Ax\|_Y$  проверить аксиомы нормы. Является ли эта норма эквивалентной исходной норме пространства  $X$ ?
4. Оценить норму линейного оператора  
 $A: L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1], (Ax)(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{t}} \int_0^t x(s) ds.$
5. Оценить норму линейного оператора  
 $A: C^1[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = \int_0^t a(s)x'(s) ds, a \in C[0,1].$

### 2.3.2.2. Шкалы оценивания результатов обучения при дифференцированном зачете

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

## 3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

### 3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при зачете считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачета используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.